შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 55-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 8

03.05.2014/ მათ/III/ M350

ამოცანა № 1

გვერდი № 1

$$\frac{a_1^3}{a_1^2+a_2a_3}+\dots+\frac{a_n^3}{a_n^2+a_1a_2}\geq\frac{a_1+a_2+\dots+a_n}{2}$$

$(a_1, a_2, \dots, a_n)$-ის ნაცვლად თუ ჩავსვამთ $(a_1\cdot k, a_2\cdot k, \dots, a_n\cdot k)$, k შეიკვეცება და ზუსტად იგივეს მივიღებთ, ანუ შეგვიძლია დავუშვათ, რომ $a_1+a_2+\dots+a_n=1$ და ამ შემთხვევისთვის თუ დავამტკიცებთ ნებისმიერ k-ზე გავამრავლებთ და ყველა ჯამისთვის გამოვა.

$$\left(\frac{a_1^2+a_2a_3}{a_1}+\frac{a_2^2+a_3a_4}{a_2}+\dots+\frac{a_n^2+a_1a_2}{a_n}\right)\left(\frac{a_1^3}{a_1^2+a_2a_3}+\dots+\frac{a_n^3}{a_n^2+a_1a_2}\right)\geq$$

$$\geq(a_1+a_2+\dots+a_n)^2=1$$

კოში-შვარცის უტოლობის თანახმად. $\Rightarrow$

$$\Rightarrow\frac{a_1^3}{a_1^2+a_2a_3}+\dots+\frac{a_n^3}{a_n^2+a_1a_2}\geq\frac{1}{a_1+\frac{a_2a_3}{a_1}+\dots+a_n+\frac{a_1a_2}{a_n}}=\frac{1}{1+\frac{a_2a_3}{a_1}+\dots+\frac{a_1a_2}{a_n}}$$

ანუ თუ მივიღებთ მხოლოდ რაც უნდა $\geq\frac{a_1+\dots+a_n}{2}=\frac{1}{2}$, მაშინ დამტკიცებულია. ანუ უ.დ. $1+\frac{a_2a_3}{a_1}+\dots+\frac{a_1a_2}{a_n}\leq 2$

$$\frac{a_2a_3}{a_1}+\dots+\frac{a_1a_2}{a_n}\leq 1$$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

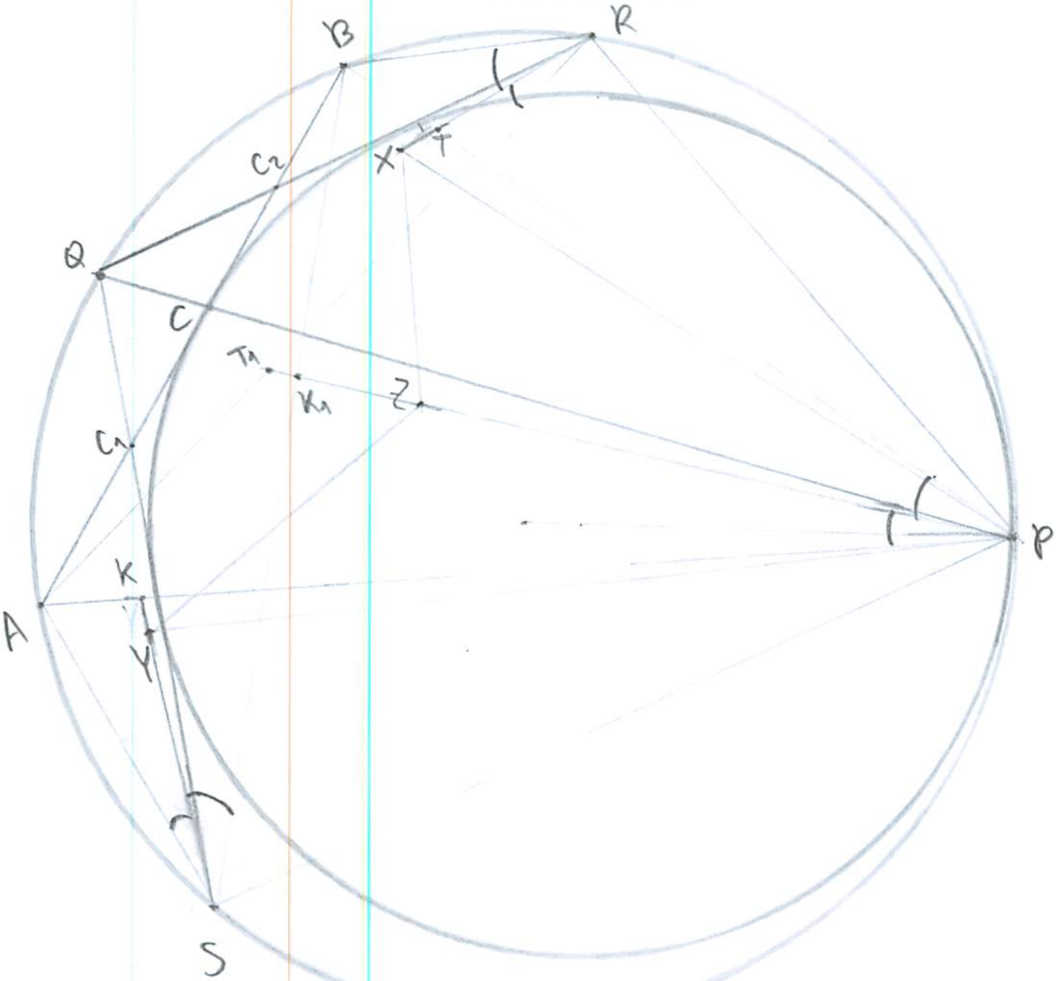
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 55-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 8

03.05.2014/ მათ/III/ M350

ამოცანა № 2

გვერდი № 1



$\angle APZ = \angle ZPB = \frac{\angle ASB}{2} = \frac{\angle BRA}{2} = \angle BRX = \angle XRA = \angle BSY = \angle ASY$

საიდან [illegible] [illegible] [illegible] X, Y და Z.

$\angle QSB \underset{\omega\text{-ს}}{=} \angle QRB \Rightarrow \angle \cancel{QYSB}\ \angle YSQ = \angle XRB - \angle QRX \Rightarrow \angle YSQ = \angle XRQ$

(Y რომ V [illegible] [illegible] გამოვიდოდა, რომ $\angle YSQ = -\angle XRQ$, ანუ X და Y [illegible] [illegible] ω-ს [illegible] [illegible] [illegible], [illegible]).

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 55-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 8

03.05.2014/ მათ/III/ M350

ამოცანა № 2

გვერდი № 2

$XR \cap BP \equiv T$ $PZ \cap AR \equiv T_1$ $\square PT_1TK$ ციკლური ხდება

$\angle TRT_1 = \angle TPT_1 \Rightarrow \angle RXP = \angle RT_1P$

$SY \cap AP \equiv K$ $PZ \cap BS \equiv K_1$ $\square SKK_1P$ ციკლური ანალოგიურად $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle SKP = \angle SK_1P$

$AB \cap QS \equiv C_1$ $AB \cap QR \equiv C_2$ $C_2R \cap \omega \equiv R_1$

$C_1S \cap \omega \equiv S_1 \Rightarrow C_1S_1 = C_1C$ $C_2R_1 = C_2C$

$QR_1 = QS_1$

$QC \cdot QP = QR_1^2 = QS_1^2$